



**Exercice 1 : (4.5 points)**

Soit la suite numérique  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $u_0 = \frac{1}{2}$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{3}{5}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

1.a. Calculer  $u_1$  et  $u_2$  .

1.b. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n < \frac{3}{4}$  .

2.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{5}\left(u_n - \frac{3}{4}\right)$  .

2.b. En déduire que  $(u_n)_n$  est une suite croissante.

2.c. Déduire que la suite  $(u_n)_n$  est convergente.

3. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = u_n - \frac{3}{4}$

3.a. Calculer  $v_0$  .

3.b. Montrer que  $(v_n)_n$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{5}$  .

3.c. Donner  $v_n$  en fonction de  $n$  .

3.d. En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  ;  $u_n = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n + \frac{3}{4}$

3.e. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**Exercice 2 : (4.5 points)**

Un urne contient sept boules indiscernables au toucher : quatre boules blanches, deux boules noires et une boule rouge.

On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne, et on considère les évènements suivants :

A : les boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux.

B : Parmi les boules tirées il y a une boule rouge.

C : Obtenir au moins une boule blanche.

1.a. Calculer la probabilité des évènements A, B et C .

1.b. Montrer que :  $p(B \cap C) = \frac{14}{35}$  .

1.c. Les deux évènements B et C sont – ils indépendants ?

Sachant que l'évènement B est réalisé calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche. (0.5)

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de couleurs de boules tirées.

2.a. Vérifier que les valeurs prises par X sont 1,2 et 3.

2.b. Montrer que :  $p(X=2) = \frac{23}{35}$ , puis on déduit la loi de probabilité de X .

2.c. Calculer l'espérance mathématique de X .

**Problème (11 points)****Partie 1 :**

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par sa courbe  $(C_g)$  représentative ci-contre dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$$

2.a. Dresser le tableau de variations de  $g$ .

(Remarque que  $g(-2)$  est la valeur minimale de  $g$ )

2.b. Dédurre que  $g(x) \geq 0$  pour tout  $x$  de  $[0; +\infty[$  et  $g(x) \leq 0$  pour tout  $x$  de  $]-\infty; 0]$ . (0.75)

On suppose que dans la suite de l'exercice que :

$$g(x) = (x+1)e^x - 1$$

**Partie 2 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x(e^x - 1) + 1$$

Et soit  $(C_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1.a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et montrer que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = -x + 1$  est une asymptote à la courbe  $(C_f)$  au voisinage de  $-\infty$ .

1.b. Etudier les positions relatives de la courbe  $(C_f)$  et la droite  $(\Delta)$ .

2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter géométriquement ce résultat.

3.a. Vérifier que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = g(x)$

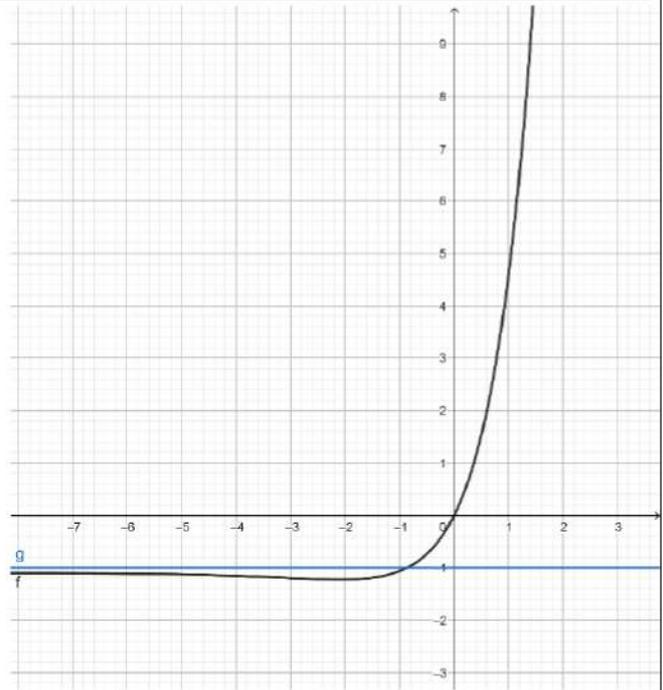
3.b. Dresser le tableau de variations de  $f$ .

3.c. Déterminer l'équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C_f)$  au point d'abscisse 0.

4. Construire la courbe  $(C_f)$  et les droites  $(\Delta)$  et  $(T)$ .

5.a. En utilisant une intégration par partie, montrer que  $\int_0^1 xe^x dx = 1$ .

5.b. Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe  $(C_f)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 1$  est  $\frac{3}{2}$  ua (1.2)



الصفحة

3

SN 23F

الامتحان الوطني الموحد التجريبي للباكالوريا - الدورة العادية 2023 - الموضوع  
- مادة الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسي