

Exercice 1 : (4.5 points)

Soit la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{3}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}

1.a. Calculer u_1 et u_2 .

1.b. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n < \frac{3}{4}$.

2.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{5}\left(u_n - \frac{3}{4}\right)$.

2.b. En déduire que $(u_n)_n$ est une suite croissante.

2.c. Déduire que la suite $(u_n)_n$ est convergente.

3. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{3}{4}$

3.a. Calculer v_0 .

3.b. Montrer que $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$.

3.c. Donner v_n en fonction de n .

3.d. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} ; $u_n = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n + \frac{3}{4}$

3.e. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice 2 : (4.5 points)

Un urne contient sept boules indiscernables au toucher : quatre boules blanches, deux boules noires et une boule rouge.

On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne, et on considère les évènements suivants :

A : les boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux.

B : Parmi les boules tirées il y a une boule rouge.

C : Obtenir au moins une boule blanche.

1.a. Calculer la probabilité des évènements A, B et C .

1.b. Montrer que : $p(B \cap C) = \frac{14}{35}$.

1.c. Les deux évènements B et C sont – ils indépendants ?

Sachant que l'évènement B est réalisé calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche. (0.5)

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de couleurs de boules tirées.

2.a. Vérifier que les valeurs prises par X sont 1,2 et 3.

2.b. Montrer que : $p(X=2) = \frac{23}{35}$, puis on déduire la loi de probabilité de X .

2.c. Calculer l'espérance mathématique de X .

Problème (11 points)**Partie 1 :**

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par sa courbe (C_g) représentative ci-contre dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$$

2.a. Dresser le tableau de variations de g .

(Remarque que $g(-2)$ est la valeur minimale de g)

2.b. Dédurre que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $[0; +\infty[$ et $g(x) \leq 0$ pour tout x de $]-\infty; 0]$. (0.75)

On suppose que dans la suite de l'exercice que :

$$g(x) = (x+1)e^x - 1$$

Partie 2 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x(e^x - 1) + 1$$

Et soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$.

1.b. Etudier les positions relatives de la courbe (C_f) et la droite (Δ) .

2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement ce résultat.

3.a. Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} : $f'(x) = g(x)$

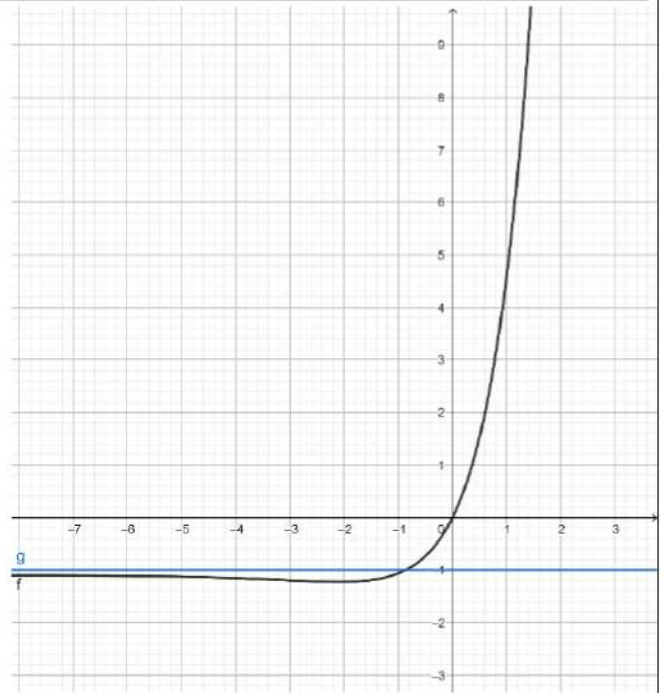
3.b. Dresser le tableau de variations de f .

3.c. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.

4. Construire la courbe (C_f) et les droites (Δ) et (T) .

5.a. En utilisant une intégration par partie, montrer que $\int_0^1 xe^x dx = 1$.

5.b. Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ est $\frac{3}{2}$ ua (1.2)



الصفحة

3

SN 23F

الامتحان الوطني الموحد التجريبي للباكالوريا - الدورة العادية 2023 - الموضوع
- مادة الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسي